



## SCHEDA F

### FORME

#### IL PROGRAMMA DI ERLANGEN

Avete sul tavolo una grande quantità di forme. Immaginate di “metterle in ordine”, cioè di dividerle in vari mucchi che abbiano qualcosa in comune; per farlo, dovete decidere che cosa volete mettere nello stesso mucchio, cioè quali forme pensate che si possano ritenere “uguali” e quali “diverse”.

Facciamo un esempio e fissiamo un criterio di classificazione (solo per le forme poligonali) in questo modo:

**CRITERIO I** *Mettiamo due forme nello stesso mucchio se e solo se hanno lo stesso numero di lati.*

Usando il criterio I, avrete un primo mucchio con tutti i triangoli, un secondo con tutti i quadrilateri, un terzo con tutti i pentagoni e così via. Potete immaginare di avere un particolare tipo di occhiali con i quali non ci si accorge proprio della differenza tra un quadrato e un trapezio (mentre si vede la differenza fra un pentagono, qualsiasi, e un esagono, qualsiasi).

I criteri possibili sono molti, e anche molto diversi fra loro; non ce n'è uno solo che vada bene per ogni situazione, ma, a seconda del problema che avete di fronte, potrà essere utile scegliere un criterio oppure un altro.

Provate a immaginare dei criteri che possano servire per mettere in ordine queste forme. Scrivete in questa scheda un paio di proposte, ricordando che i criteri devono essere condivisi, e che non possono essere ambigui.

Vi chiediamo, per queste due proposte, di procedere in due modi diversi.

Per il criterio II, cominciate a decidere il criterio e solo DOPO provate a usarlo per classificare le forme.

**CRITERIO II** *Mettiamo due forme nello stesso mucchio se e solo se*

.....  
.....

La classificazione ha prodotto i risultati che avevate previsto? O avete avuto delle sorprese? Scrivete qui sotto le vostre osservazioni:

.....  
.....

**UGUALI o DIVERSI**  
*Avvio all'astrazione*

.....  
.....  
Per il criterio III, procedete nell'altro verso. Per prima cosa raggruppate i mucchietti in una maniera che vi sembri "ragionevole" e soltanto DOPO cercate un criterio che produca questa classificazione. Dovete essere sicuri che, dando a un altro gruppo solo il testo del vostro criterio, la classificazione operata da loro produrrebbe gli stessi risultati.

**CRITERIO III** *Mettiamo due forme nello stesso mucchio se e solo se*

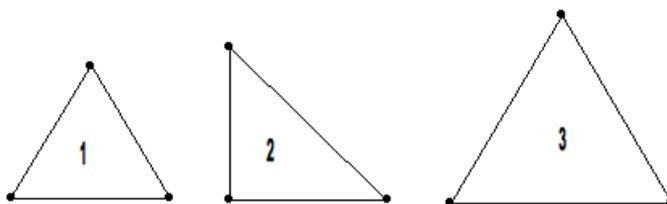
.....  
.....  
La classificazione ha prodotto i risultati che avevate previsto? O avete avuto delle sorprese? Scrivete qui sotto le vostre osservazioni:

.....  
.....  
.....  
.....  
È possibile che abbiate incontrato dei problemi, se avete cercato di mettere in ordine le forme usando qualcosa che non sia un buon criterio.

Per esempio, guardate un po' che cosa succederebbe con i tre triangoli in figura se cercassimo di usare questo criterio:

**CRITERIO IV** *Mettiamo due forme nello stesso mucchio se e solo se hanno almeno un lato della stessa lunghezza.*

I triangoli 1 e 2 dovrebbero andare nello stesso mucchio perché i lati di 1 hanno la stessa lunghezza dei cateti di 2; anche 2 e 3 dovrebbero andare nello stesso mucchio perché i lati di 3 hanno la stessa lunghezza dell'ipotenusa di 2. Ma a questo punto siamo nei pasticci, perché 1 e 3 non devono stare nello stesso mucchio: c'è qualcosa che non va!





Avevate incontrato un fenomeno simile con i criteri che avevate proposto?

SÌ                          NO   

Il punto è che il criterio IV non è un buon criterio per classificare.

Affinché un criterio sia un buon criterio occorre che la relazione corrispondente ( $X \sim Y$  se e solo se  $X$  e  $Y$  vanno nello stesso mucchio) sia:

1. riflessiva                      cioè                       $X \sim X$   
*(sembra una cosa ovvia...: abbiamo bisogno che ogni forma  $X$  vada nello stesso mucchio... di se stessa);*
2. simmetrica                      cioè                      se  $X \sim Y$  allora anche  $Y \sim X$   
*(anche questo è abbastanza naturale: abbiamo bisogno di essere sicuri che, se la forma  $X$  va nello stesso mucchio di  $Y$ , allora  $Y$  vada nello stesso mucchio di  $X$ );*
3. transitiva                      cioè                      se  $X \sim Y$  e  $Y \sim Z$  allora anche  $X \sim Z$   
*(questa è forse la proprietà più "strana": ci garantisce che, se  $X$  va nello stesso mucchio di  $Y$  e  $Y$  nello stesso mucchio di  $Z$ , allora anche  $X$  vada nello stesso mucchio di  $Z$ ).*

Una di queste tre proprietà non è verificata nel caso del criterio IV. Quale e perché?

.....

.....

.....

.....

Controllate invece che tutte e tre siano verificate dal criterio I:

1. riflessiva: .....
- .....
2. simmetrica: .....
- .....
3. transitiva: .....
- .....

E per quanto riguarda i due criteri che voi avevate proposto? Si trattava di buoni criteri per classificare? Verificatelo:

*UGUALI o DIVERSI*  
*Avvio all'astrazione*

Criterio II:

.....  
.....  
.....  
.....

Criterio III:

.....  
.....  
.....  
.....

Per quale motivo secondo voi sono necessarie le tre proprietà che abbiamo enunciato affinché un criterio sia un buon criterio? Cosa ci garantisce il fatto che un criterio sia un buon criterio?

.....  
.....  
.....



**UGUALI o DIVERSI**  
*Avvio all'astrazione*



Avete a disposizione alcune schede. Ciascuna scheda corrisponde a un criterio di classificazione, e vi riassume visivamente tale criterio con alcuni esempi, utilizzando il colore. In ciascuna scheda, forme con lo stesso colore sono da ritenersi “uguali” e forme di colore diverso sono da ritenersi “diverse”.

Per ciascuna scheda, vi chiediamo di fare un’ipotesi di criterio corrispondente (che sia formulato usando la geometria e non i colori) e di dividere le forme in gruppi in una maniera che sia coerente con questa ipotesi.

**CRITERIO della scheda A** .....

.....

**CRITERIO della scheda B** .....

.....

**CRITERIO della scheda C** .....

.....

**CRITERIO della scheda D** .....

.....

**CRITERIO della scheda E** .....

.....

**CRITERIO della scheda F** .....

.....

**CRITERIO della scheda G** .....

.....



**UGUALI o DIVERSI**  
*Avvio all'astrazione*

Potete immaginare che ciascuna scheda individui un “mondo” con una particolare geometria e che in questa geometria non si veda la differenza fra due forme che abbiamo detto “uguali” secondo il corrispondente criterio.

Provate ora a considerare le seguenti affermazioni (alcune illustrano delle proprietà delle figure; altre semplicemente caratterizzano una particolare figura) e a decidere, per ciascuna di esse, in quale geometria hanno senso.

*N.B. Dove si dice “questo rombo” o “queste rette” manca la figura di un dato rombo o di una data retta perchè quello che qui ci stiamo chiedendo NON è se l'affermazione è vera o falsa, ma solo se avrebbe o non avrebbe senso.*

Questa circonferenza ha il raggio di 3 centimetri.

A  B  C  D  E  F  G

In un triangolo rettangolo, la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa.

A  B  C  D  E  F  G

In questo rombo le due diagonali hanno lunghezza una doppia dell'altra.

A  B  C  D  E  F  G

Una retta e una circonferenza che non siano tangenti si intersecano in un numero pari di punti (2 oppure 0).

A  B  C  D  E  F  G

Il baricentro di un triangolo divide ciascuna mediana in due parti di lunghezza una doppia dell'altra.

A  B  C  D  E  F  G

La direzione di questa retta è parallela a un lato della stanza in cui vi trovate in questo momento.

A  B  C  D  E  F  G