

# LE TRE CASE

C



## IL PROBLEMA DELLE TRE CASE

Avete a disposizione una piantina di Parigi su cui sono segnate tre importanti mete turistiche, ovvero la torre Eiffel (E), il museo del Louvre (L) e la Géode al parco della Villette (G) e tre stazioni, ovvero la gare du Nord (1), la gare de Lyon (2) e la gare Montparnasse (3); si vuole progettare una metropolitana leggera di superficie che colleghi direttamente ciascuno dei tre punti indicati (E, G, L) con ciascuna delle tre stazioni (1, 2, 3). Non ci importa la lunghezza o il tragitto delle linee, ma naturalmente queste non devono intersecarsi. È possibile?

*Se avete trattato alcune delle schede sui grafi, provate a riformulare il problema facendo riferimento a un grafo.*

---

---

---

Sulla cartina provate a disegnare solo sei dei nove cammini che occorrono, cioè quelli che congiungono (senza incrociarsi):

- la torre Eiffel con la gare du Nord (E1)
- la gare du Nord con la Géode (1G)
- la Géode con la gare de Lyon (G2)
- la gare de Lyon con il museo del Louvre (2L)
- il museo del Louvre con la gare Montparnasse (L3)
- la gare Montparnasse con la torre Eiffel (3E)

Questi sei cammini formano una curva (d'ora in poi chiameremo curva una linea di questo tipo, anche se in quello che avete disegnato sono presenti dei segmenti).

Che proprietà ha questa curva?

---

---

In quante regioni questa curva divide il piano?

---

- \* Questo numero di regioni dipende secondo voi dal tipo di percorso scelto per tracciare i sei cammini?

---



---

Perchè il problema dato all'inizio sia risolubile, ogni nuovo cammino deve essere tutto interno o tutto esterno alla curva, e per completare la soluzione occorrerebbe aggiungere i tre cammini

- dal museo del Louvre alla gare du Nord (L1)
- dalla torre Eiffel alla gare de Lyon (E2)
- dalla Géode alla gare Montparnasse (G3)

Provate a usare questo suggerimento per rendervi conto che il problema non ha soluzione.

---



---



---



---

Provate anche a scegliere tre punti di riferimento diversi sulla piantina di Parigi (potete sbizzarrirvi e progettare un viaggio a Parigi: l'Opera, place des Vosges, Nôtre-Dame, Montmartre ... e allargando un po' la piantina potete inserire anche la Grande Arche o i parchi del Bois de Boulogne...) e se volete cambiate anche le stazioni: vi immaginate che l'impossibilità di una soluzione dipenda dalla posizione dei punti scelti e che cambiandoli si possa trovare una situazione in cui il problema è risolubile?

---



---



---



### UNA VARIANTE DEL PROBLEMA DELLE TRE CASE

In questa scheda vi proponiamo lo stesso problema che avete discusso nella scheda precedente introducendo però alcune “regole” che porteranno a tre differenti situazioni. Il problema è quello già visto, cioè:

Avete a disposizione una piantina di Parigi su cui sono segnati la torre Eiffel (E), il museo del Louvre (L), la Géode al parco della Villette (G) e tre stazioni: la gare du Nord (1), la gare de Lyon (2) e la gare Montparnasse (3); si vuole costruire una metropolitana leggera di superficie che colleghi direttamente ciascuno dei tre punti indicati (E, L, G) con ciascuna delle tre stazioni (1, 2, 3), senza intersezioni.

Ma ci sono anche delle regole aggiuntive:

1. Provate a risolvere il problema sulla piantina con quattro lati colorati, con la regola che è possibile uscire da un lato e “rispuntare” dall’altro nel punto dello stesso colore. Ci siete riusciti? Se sì, come? Potete fare uno schizzo qui sotto.

2. Provate a risolvere il problema sulla piantina con due lati colorati (quelli a destra e a sinistra) con la regola che è possibile uscire da un lato e “rispuntare” dall’altro nel punto dello stesso colore. Ci siete riusciti? Se sì, come? Potete fare uno schizzo qui sotto.

- \* 3. Provate a risolvere il problema sulla piantina con due lati colorati (quelli in alto e in basso) con la regola che è possibile uscire da un lato e “rispuntare” dall’altro nel punto dello stesso colore. Ci siete riusciti? Se sì, come? Potete fare uno schizzo qui sotto.

4. Risolvere il problema sulle piantine con i lati colorati è equivalente a risolverlo su una superficie diversa dal piano. Queste superfici si ottengono dalle piantine immaginando di incollare (o di avvicinare) i lati colorati, in modo tale che i “punti dello stesso colore” si sovrappongano. Provate a descrivere queste superfici, nei tre diversi casi.

---

---

---



5. Riassumete nella tabella qui sotto quanto finora osservato.

<b>Piantina</b>	<b>Il problema delle tre case ha soluzione?</b>	<b>Superficie sulla quale si sta risolvendo il problema</b>
senza lati colorati	no	piano
con quattro lati colorati		
con due lati colorati (quelli a destra e a sinistra)		
con due lati colorati (quelli in alto e in basso)		

Ora provate, con il materiale che avete a disposizione, a costruire un modello di soluzione per le due superfici su cui il problema delle tre case è risolvibile.

6. Per rendersi conto che il problema delle tre case non ha soluzione sul piano, avevate osservato che una qualsiasi curva chiusa non intrecciata (in particolare quella formata dai sei cammini inizialmente indicati) divide il piano in ..... regioni.

Provate a usare questa considerazione e ad osservare i modelli che avete costruito, per farvi un'idea del motivo per cui su due delle superfici diverse dal piano che avete considerato il problema ha soluzione e invece nell'altro caso no.

.....

.....

.....

Secondo voi il problema delle tre case ha soluzione su una sfera? .....

Perché?

.....

.....

.....