

EULERO

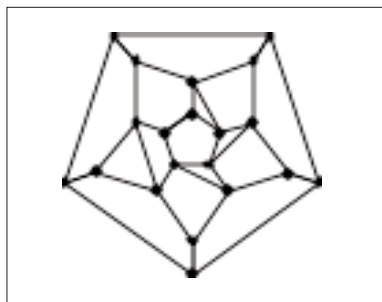
E



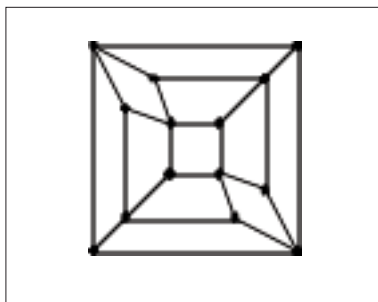
UN NUMERO PER DISTINGUERE LE SUPERFICI I

Avete incontrato vari esempi di grafi che si possono disegnare su un foglio di carta, senza che i loro spigoli si intersechino al di fuori dei vertici (grafi *planari*) e almeno un esempio di grafo che NON si può disegnare su un foglio di carta (il grafo relativo al problema delle tre case).

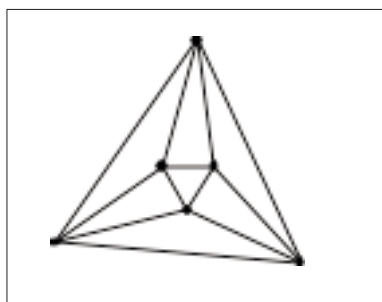
- Qui sotto avete qualche esempio di grafi planari. Nelle prime righe della tabella abbiamo inserito per ciascuno di essi il numero dei vertici (V) e il numero degli spigoli (S). Provate ora a contare il numero delle regioni in cui il grafo divide il piano e inseritelo nella tabella alla colonna F (che sta per facce). Attenzione: fra queste regioni è compresa anche la regione esterna, illimitata. Osservate qualche relazione fra V, S, F? Potete usare le ultime colonne bianche per provare a combinare questi numeri fino a azzardare un'ipotesi.



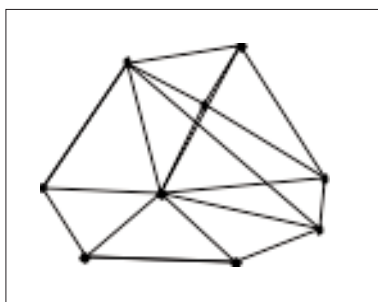
grafo A



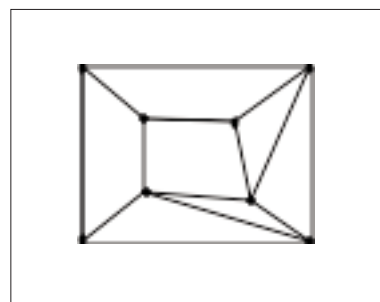
grafo B



grafo C



grafo D

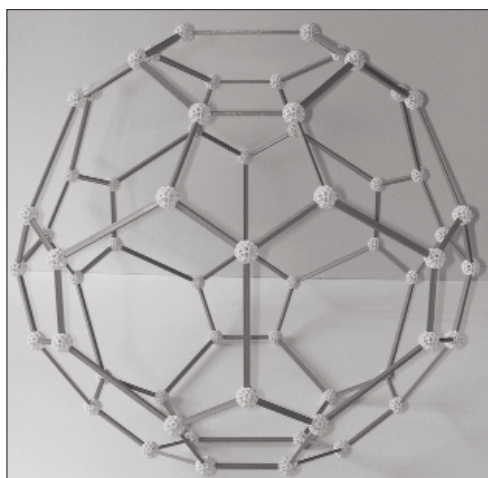


grafo E

	V	S	F
Grafo A	20	30	12
Grafo B	14	24
Grafo C	6	12
Grafo D	9	17
Grafo E	8	12

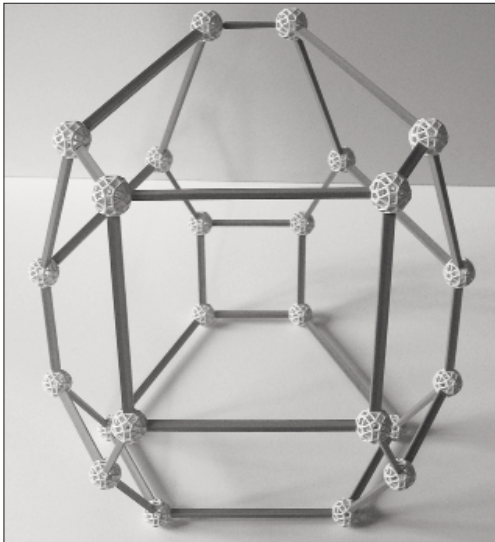
- * Qui sotto e nella pagina seguente trovate le fotografie di alcuni modelli di poliedri. Provate a contarne il numero dei vertici, degli spigoli e delle facce e a inserire nella tabella i numeri mancanti. Provate a farlo per altri poliedri che potete costruire col materiale a disposizione o immaginare anche senza il modello o la figura, per esempio un cubo, o una piramide che abbia per base un n-gono, o un prisma che abbia per base un n-gono, o ...
- Osservate qualche relazione fra V, S, F?

	V	S	F
Poliedro A	60	90	32
Poliedro B	36	14
Poliedro C
Poliedro D	14
Poliedro E	30	20
Un cubo	8	12
Una piramide	n+1	2n
Un prisma	2n	3n
.....
.....
.....
.....

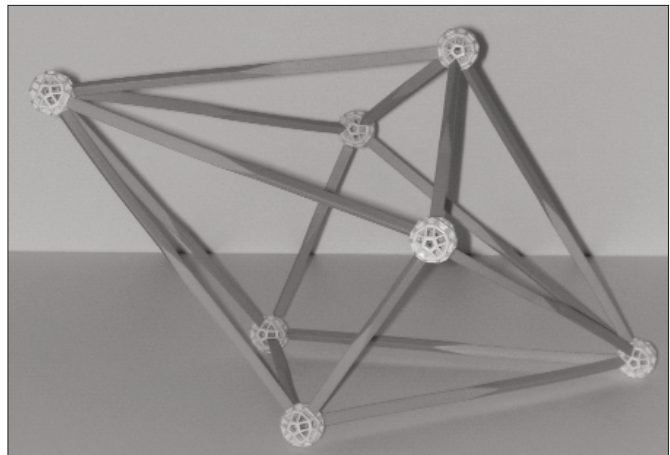


poliedro A

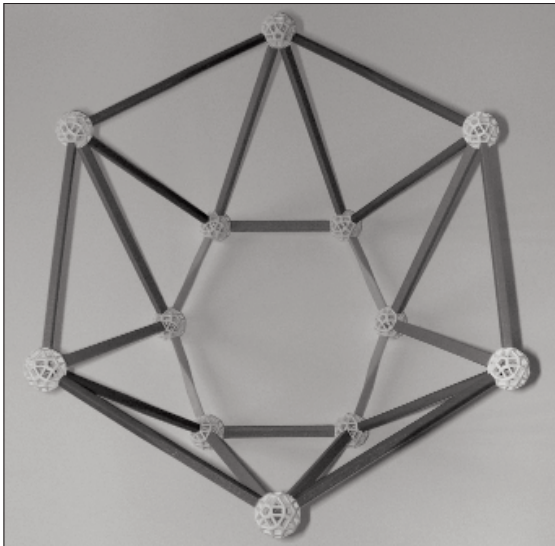
E



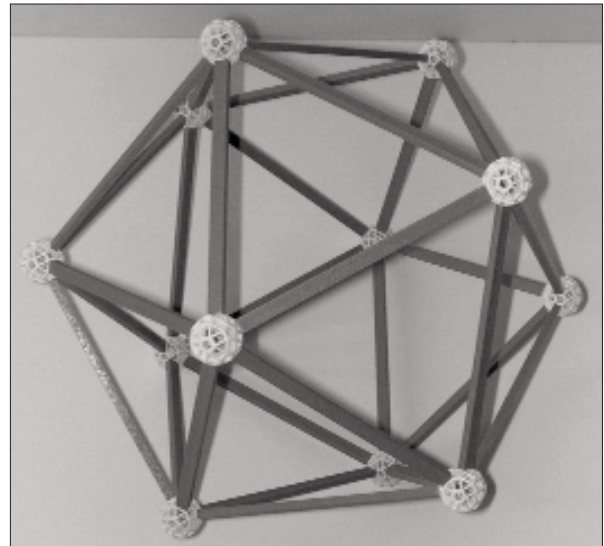
poliedro B



poliedro C



poliedro D



poliedro E



UN NUMERO PER DISTINGUERE LE SUPERFICI II

Un teorema profondo di topologia afferma che per qualsiasi grafo planare $V-S+F=2$.

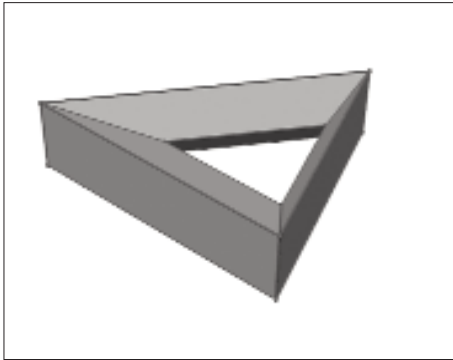
Immaginate lo scheletro di vertici e spigoli di uno dei poliedri della scheda precedente. Riuscite a deformarlo (senza cambiare le relazioni di incidenza) in modo da schiacciarlo su un piano? Come? A che cosa corrisponde la regione illimitata?

Secondo voi, con tutti i poliedri si può fare questa operazione?

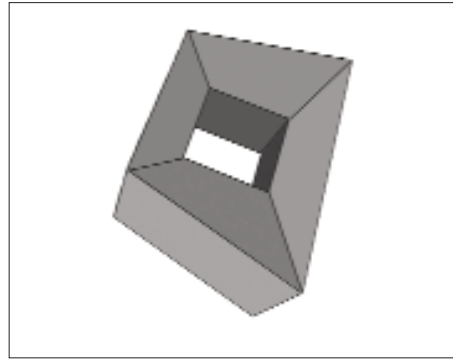
Se avete risolto il problema delle tre case su un toro (una ciambella) e avete a disposizione un grafo non planare, provate a contare il numero dei vertici, degli spigoli e delle facce (ovvero delle regioni in cui questo grafo divide il toro). Provate a rifare lo stesso conto per altri grafi disegnati su un toro.

E provate a contare V , S , F per i poliedri che trovate sul retro di questo foglio.

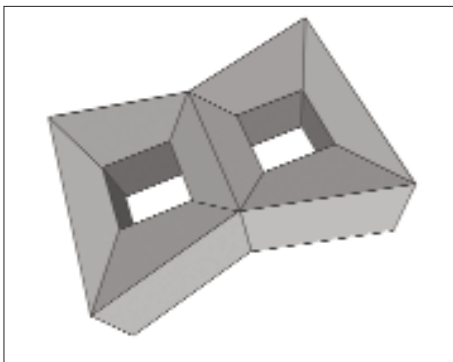
Per contare i vertici, gli spigoli e le facce in questi poliedri, tenete presente che le parti nascoste hanno con la stessa regolarità di quelle che si vedono.



poliedro A



poliedro B



poliedro C

	V	S	F	V-S+F
Grafo tre case	6	9	3
Poliedro A	9	18
Poliedro B	32	16
Poliedro C	60	30
.....
.....
.....

Potete fare lo stesso conto per altri poliedri che avrete costruito col materiale a vostra disposizione. Che cosa osservate?

.....

.....

.....