

NASTRI

N



NASTRI VOLANTI

Le immagini raccolte nei due fogli che avete a disposizione raffigurano alcune superfici che chiamiamo NASTRI. Per alcuni di essi, quelli indicati con le lettere dalla A alla G, avete a disposizione anche dei modelli in fettuccia che hanno lo stesso colore dell'immagine corrispondente e che potete osservare e manipolare. Affronteremo nel seguito diverse attività che punteranno a "mettere in ordine" questi nastri, ovvero a cercare dei criteri con cui distinguerli. Prima di iniziare, prendetevi un po' di tempo per osservare i modelli in fettuccia e le immagini e per familiarizzarvi con queste forme.

Per esempio considerate (uno per volta) alcuni fra i sette modelli in fettuccia e provate per ciascuno di questi a realizzare una delle immagini rappresentate nel primo dei due fogli (A-G).

Riuscite anche a realizzare, con la stessa fettuccia, uno dei nastri H-N? quale o quali di questi, e con quale fettuccia?

Vi sembra che si possa dire che i nastri A e F sono "uguali"?

SI NO

Spiegate il perché:

E i nastri A e L?

SI NO

Spiegate il perché:

N



NASTRI CON LE ZIP

Prendete ora i due rettangoli di stoffa con le zip, che avete a disposizione. Per ottenere il nastro A occorre utilizzare il rettangolo..... (con le zip orientate in verso opposto) chiudendo la zip dopo aver dato al rettangolo una torsione di 180 gradi (che chiamiamo "MEZZA TORSIONE"). Per ottenere il nastro N, è necessario ricorrere al rettangolo di stoffa (con le zip orientate nello stesso verso) chiudendo la zip dopo aver dato al rettangolo due mezze torsioni.

Consideriamo ora altri nastri, di cui avete il modello in fettuccia (quindi quelli da A a G). Quale rettangolo di stoffa con zip occorre utilizzare per realizzarne un ulteriore modello?

Registrate nella tabella qui sotto le vostre osservazioni, indicando i rettangoli di stoffa con il relativo colore.

Rettangolo di stoffa utilizzato	Descrizione di come si è ottenuto il nastro
A	si chiudono le zip dopo aver dato al rettangolo una mezza torsione
B	
C	
D	
E	
F	

Emerge da questa osservazione un criterio di classificazione naturale, quello per cui due nastri sono dello stesso tipo se si possono costruire con lo stesso rettangolo di stoffa.

Come vengono divisi i nastri secondo questo criterio?

.....

.....

Come sono stati ottenuti i nastri costruiti utilizzando il rettangolo con le zip orientate in verso opposto?

.....

.....

Come sono stati ottenuti i nastri costruiti utilizzando il rettangolo con le zip orientate nello stesso verso?

.....

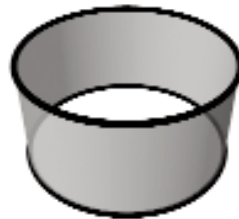
.....

Con quale rettangolo di stoffa si può costruire il nastro L? e il nastro H?



IL BORDO DEI NASTRI

Provate ad esaminare il BORDO dei nastri. Tenete conto che il bordo di un cilindro come quello in figura è costituito da due curve distinte fra loro.



Com'è fatto il bordo del nastro A?

(Potete utilizzare uno dei rettangoli di carta che avete a disposizione, costruire un modello del nastro A attaccando con lo scotch i lati corti del rettangolo dopo avergli dato una mezza torsione e seguire il bordo, dopo aver fissato un punto di partenza, tenendo traccia del percorso fatto con un pennarello.)

.....

.....

Come sarà il bordo degli altri nastri?

Come avete fatto con il nastro A, potete aiutarvi nell'indagine ricorrendo ai rettangoli di carta e costruendo dei modelli come quelli in fettuccia. Quindi, per ciascuno di essi, fissate un punto di partenza sul bordo e, tenendo traccia con un pennarello del percorso fatto, osservate se riuscite a ritornarvi dopo aver percorso tutto il bordo (e quindi in questo caso il bordo è costituito da un'unica curva) oppure se ritornate al punto di partenza senza averlo percorso tutto (e quindi in questo caso il bordo è costituito da più di una curva).

	A	B	C	D	E	F	G
Numero di curve che costituiscono il bordo					2		

Usiamo ora come criterio di classificazione il numero di curve che costituiscono il bordo di un nastro. Due nastri sono dello stesso tipo se il loro bordo è costituito dallo stesso numero di curve e di tipo diverso se il loro bordo è costituito da un numero diverso di curve.

Come vengono divisi i nastri secondo questo criterio?

.....

.....

N

*** Si tratta della stessa suddivisione cui eravate giunti ricorrendo al criterio precedentemente proposto (quello che si basa sul tipo di rettangolo di stoffa usato per costruire i nastri)? SI NO

Spiegate il perché:



DIAMOGLI UN TAGLIO!

Avete osservato che i nastri si possono suddividere in due classi:

- quelli come A (che prende il nome di NASTRO DI MOEBIUS) che si realizzano con i rettangoli di stoffa dalle zip orientate in verso opposto e che hanno il bordo costituito da una sola curva,
- quelli come E (un CILINDRO) ottenuti con i rettangoli di stoffa dalle zip orientate nello stesso verso e con il bordo formato da due curve.

Per proseguire nell'osservazione costruite, se non l'avete già fatto, dei modelli in carta dei nastri A-G.

Se si taglia a metà il cilindro E lungo la "circonferenza centrale" si ottengono due cilindri come E slacciati, ma di altezza metà; che cosa succede secondo voi se si taglia a metà il nastro di Moebius A sempre lungo la "circonferenza centrale"?

Provate a farlo ricorrendo al modello di carta che avete costruito. Che cosa avete ottenuto?

Se si taglia un cilindro lungo una circonferenza a $1/3$ dell'altezza si ottengono due cilindri, uno di altezza $1/3$ e l'altro di altezza $2/3$ rispetto all'altezza del cilindro di partenza, che cosa si ottiene se si fa la stessa cosa con un nastro di Moebius? Provate a farlo costruendo un ulteriore modello di carta del nastro A.

Che cosa prevedete che accadrà tagliando lungo la "circonferenza centrale" le altre superfici?

N



Provate a verificare le congetture che avete fatto tagliando, lungo la "circonferenza centrale", gli altri nastri di carta che avete costruito.

Registrate nella tabella qui sotto, per ciascun nastro, il numero di oggetti che si ottengono dopo il taglio e come questi oggetti sono fatti.

	Numero di oggetti	Descrizione
A		
B		
C		
D		
E	2	due cilindri, ciascuno con 0 mezze torsioni, slacciati fra loro
F		
G		

Secondo voi il numero di oggetti che si ottengono dopo il taglio di ciascun nastro ha a che fare con il modo con cui è stato costruito partendo dai rettangoli? Se sì, come?

.....

.....

Concentratevi ora sul tipo di oggetti ottenuti dopo il taglio, confrontando due situazioni in cui se ne ottenga lo stesso numero. Riuscite a vedere qualcosa che distingua, ad esempio, il nastro E dal nastro B?

.....

.....

E il nastro A dal nastro C?

.....

.....

N

Provate a costruire dei modelli di carta anche per i nastri di cui avete solo l'immagine e quindi a tagliarli lungo la "circonferenza centrale", registrando nella tabella qui sotto le vostre osservazioni.

Numero di oggetti	Descrizione
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	

In che senso, secondo voi, il nastro N è "diverso" dal nastro D?

.....

.....

E che dire dei nastri M e N?

.....

.....



NASTRI IMMERSI NELLO SPAZIO

La classificazione che raggruppa i nastri in due categorie (CILINDRI oppure NASTRI DI MOEBIUS) è una classificazione che “vede” quanti diversi oggetti si ottengono tagliando il nastro a metà lungo la “circonferenza centrale”, ma non “vede” altre differenze più fini, legate alla maniera con cui gli oggetti sono disposti nell’ambiente (per esempio se l’oggetto è annodato o meno, oppure se due oggetti sono allacciati o slacciati fra loro).

Proviamo ora a usare un’altra classificazione, dicendo che due cilindri, oppure due nastri di Moebius, sono dello stesso tipo se, avendo costruito per entrambi un modello di carta, possiamo manipolarli (SENZA tagliare o incollare) fino a portarli nella stessa posizione.

Secondo quest’altra classificazione, ci sono due cilindri oppure due nastri di Moebius “uguali” fra loro nel primo gruppo di sette nastri A, ..., G? SI NO

Se sì, quali?

E se consideriamo tutti i 14 nastri A, ..., N? SI NO

Se sì, quali?

Come potremmo descrivere un nastro (cilindro o nastro di Moebius) con un numero (intero) in modo tale che due nastri siano associati allo stesso numero se (e soltanto se) sono “uguali” secondo quest’ultima classificazione?

.....

.....

E come leggiamo su questo numero la prima classificazione che abbiamo incontrato, ovvero la distinzione tra cilindri e nastri di Moebius?

.....

.....