

PONTI

P



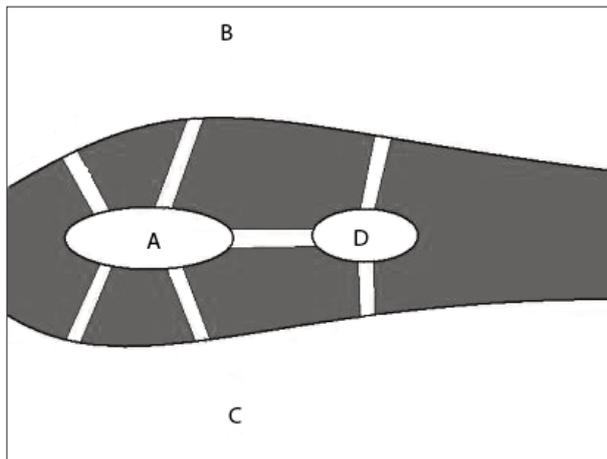
I SETTE PONTI DI KÖNIGSBERG

La città di Königsberg, situata sul fiume Pregele, comprende due isole (A e D in figura), collegate tra loro da un ponte. Un'isola (D) è collegata a ognuna delle due rive (B e C) da un ponte, mentre l'altra isola (A) ha due ponti verso ogni riva.

Si narra che i cittadini di Königsberg si posero il seguente problema: è possibile trovare un tragitto che, partendo da una qualunque zona della città, consenta di attraversare ciascun ponte una ed una sola volta e tornare al punto di partenza?

Se secondo voi esiste, disegnatelo; altrimenti spiegate perché non ci può essere.

E cosa si può dire senza la condizione di tornare al punto di partenza?

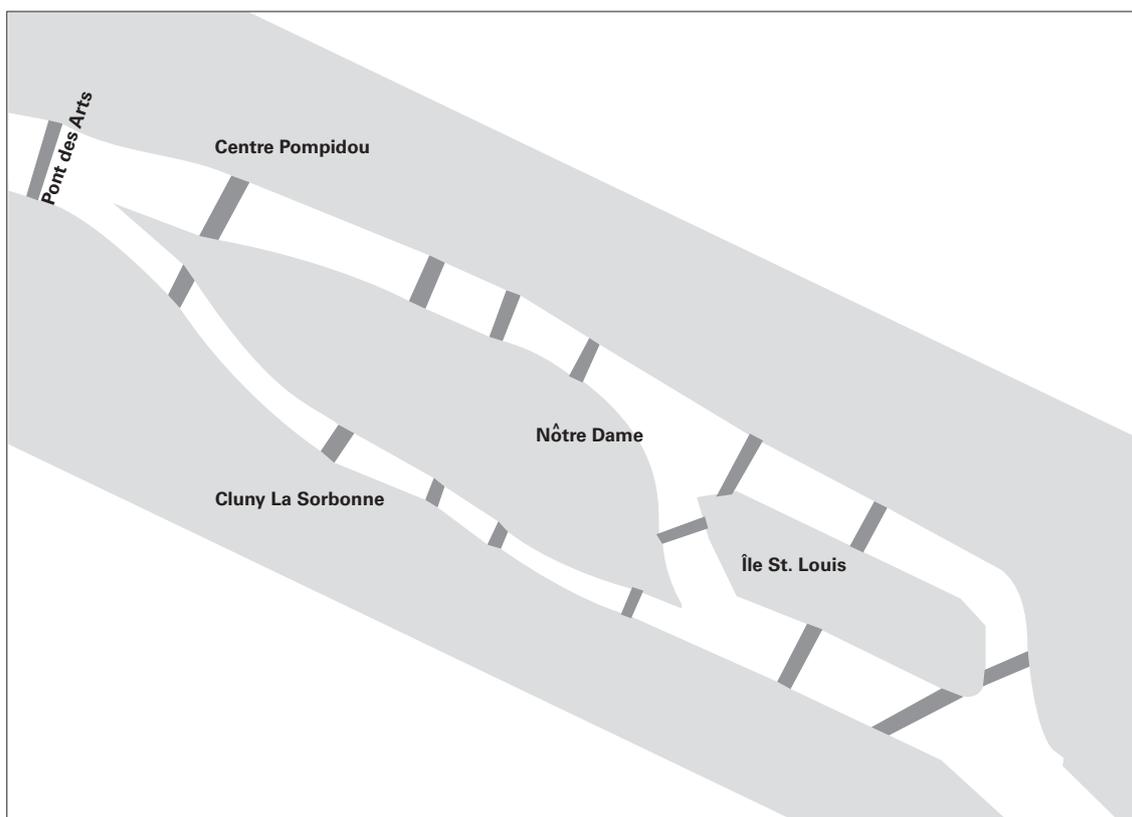




SEDICI PONTI A PARIGI

Un analogo problema si può porre con i ponti di Parigi, congiungenti le due isole (di Nôtre Dame e di St. Louis), collegate tra loro da un ponte. L'isola di Nôtre Dame è collegata a una riva da quattro ponti, e all'altra riva da cinque ponti, mentre l'isola di St. Louis ha tre ponti verso una riva e due verso l'altra. Inoltre, immediatamente a sinistra dell'isola di Nôtre Dame, un altro ponte (il Pont des Arts) collega fra loro le due rive.

È possibile trovare un tragitto che, partendo da una qualunque zona della città, consenta di attraversare ciascuno di questi sedici ponti una ed una sola volta e tornare al punto di partenza? E escludendo il Pont des Arts? Se secondo voi esiste, disegnatelo; altrimenti spiegate perché non ci può essere. E cosa si può dire senza la condizione di tornare al punto di partenza?





Prima di formalizzare le soluzioni dei problemi **I sette ponti di Königsberg** e **Sedici ponti a Parigi**, vogliamo cercare di capire quali sono le caratteristiche del problema che “contano”. Provate a ripensare al problema mantenendo solo i dati “essenziali” ed eliminando tutto quello che c’è di “superfluo”. Ad esempio, è importante la lunghezza dei ponti? L’estensione delle isole? E in che modo si potrebbero rappresentare queste isole e questi ponti?

Provate ora a rispondere alle domande seguenti:

1. Riscrivete i testi dei due problemi precedenti utilizzando solo: punti (che chiameremo vertici) e linee congiungenti i punti (che chiameremo spigoli), aiutandovi con un disegno.



2.

a) Il disegno che avete fatto al punto precedente rappresenta un GRAFO. Provate ora a disegnare un grafo con 5 vertici in modo che sia possibile percorrerlo tutto senza mai staccare la matita dal foglio e senza mai ripassare dai tratti già percorsi, partendo da un qualunque punto e tornando infine allo stesso punto.

b) Disegnate ora un grafo con 5 vertici in modo che, ancora una volta, sia possibile percorrerlo tutto senza mai staccare la matita dal foglio e senza mai ripassare dai tratti già percorsi MA finendo il percorso in un punto diverso da quello di partenza.

c) Disegnate un grafo con 5 vertici in modo tale che NON sia possibile percorrerlo tutto senza mai staccare la matita dal foglio e senza mai ripassare dai tratti già percorsi.

* 3. Quali sono le principali differenze tra i tre grafi disegnati?

4. Alla luce di quanto appena osservato e di quello visto nei problemi I sette ponti di Königsberg e Sedici ponti a Parigi, riuscite a farvi un'idea del motivo per cui in alcuni casi si riesce a disegnare un grafo senza mai staccare la matita dal foglio e senza mai ripassare dai tratti già percorsi e in altri casi no? Quando è possibile, per quale motivo secondo voi in alcuni casi si riesce a ritornare al punto di partenza, mentre in altri casi no?
